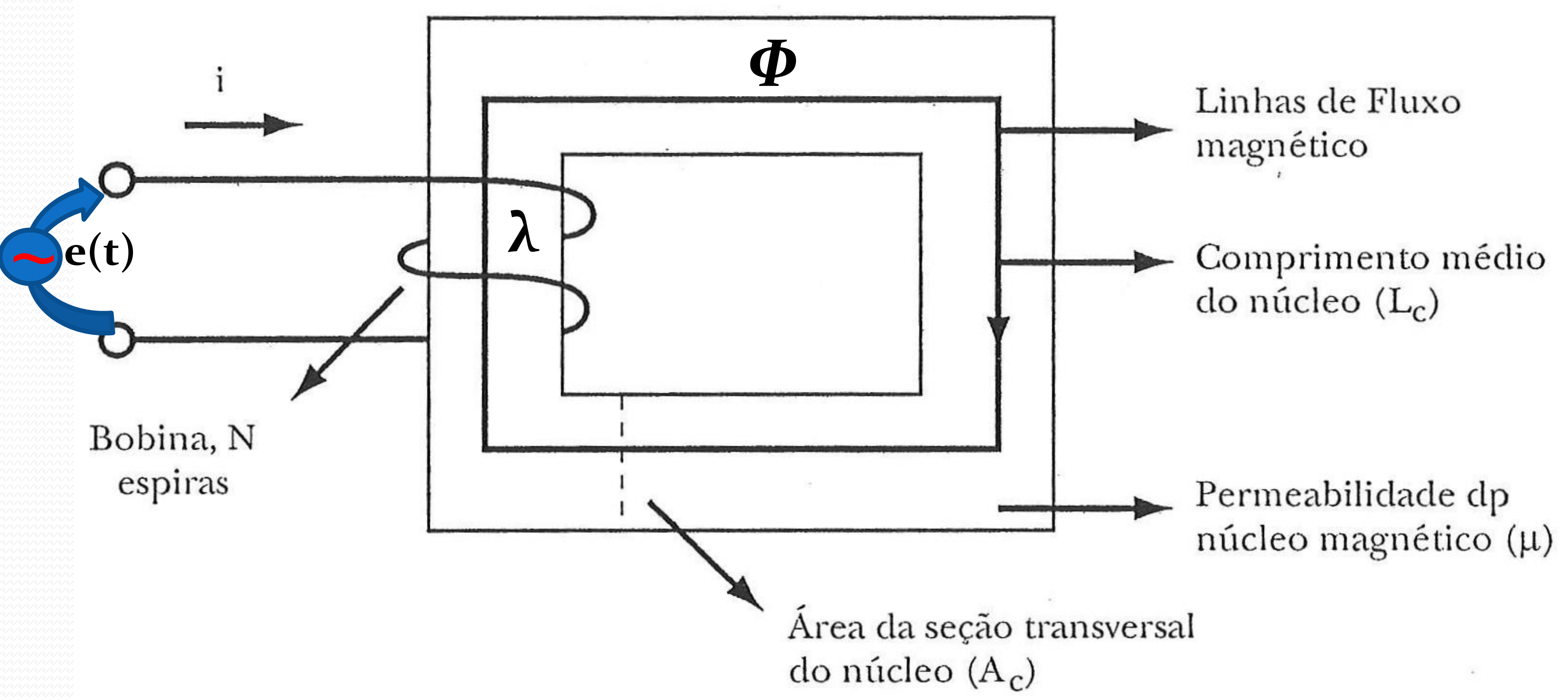
Sistemas Eletromecânicos

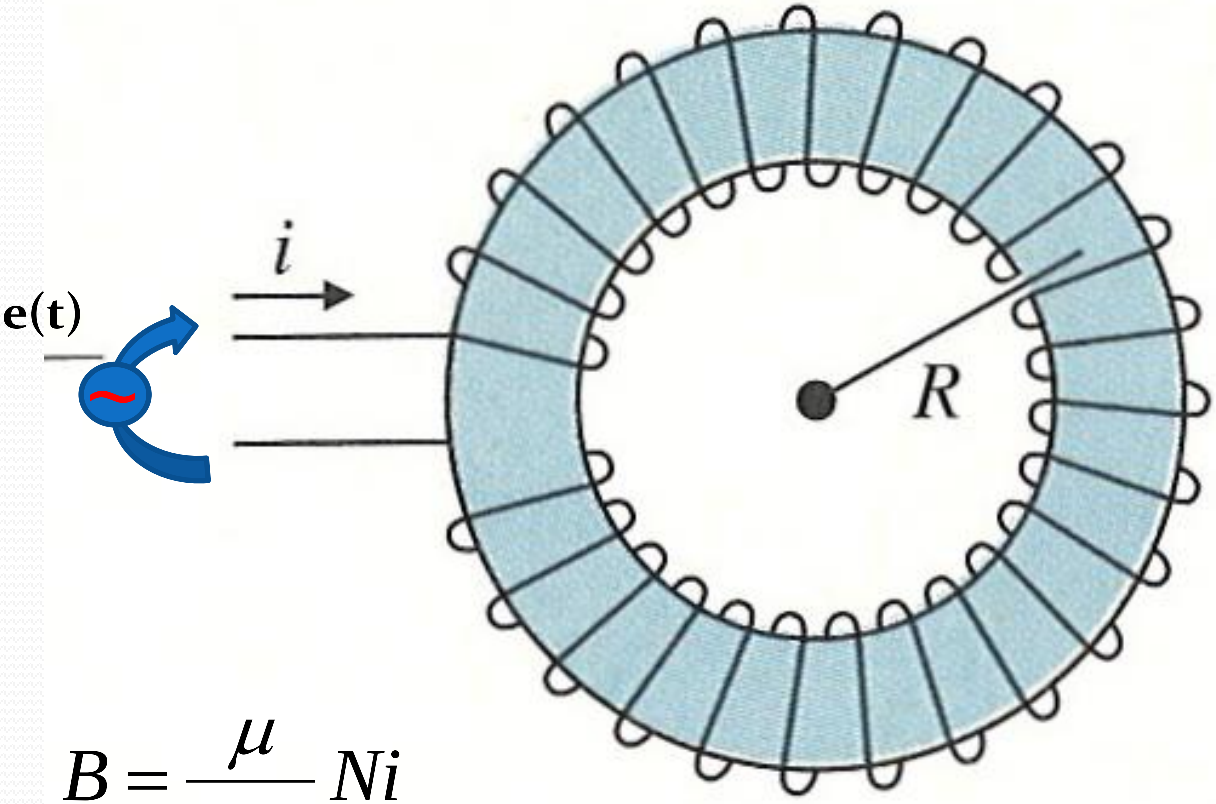
- *Circuitos Magnéticos*
  - *Variáveis e Unidades*
- *LEIS DOS MOTORES*
- *LEIS DOS GERADORES*
- *EXEMPLOS:*
  - *Alto-falante*
  - *Motor Corrente Contínua*

Circuitos Magnéticos

Lei de Lenz

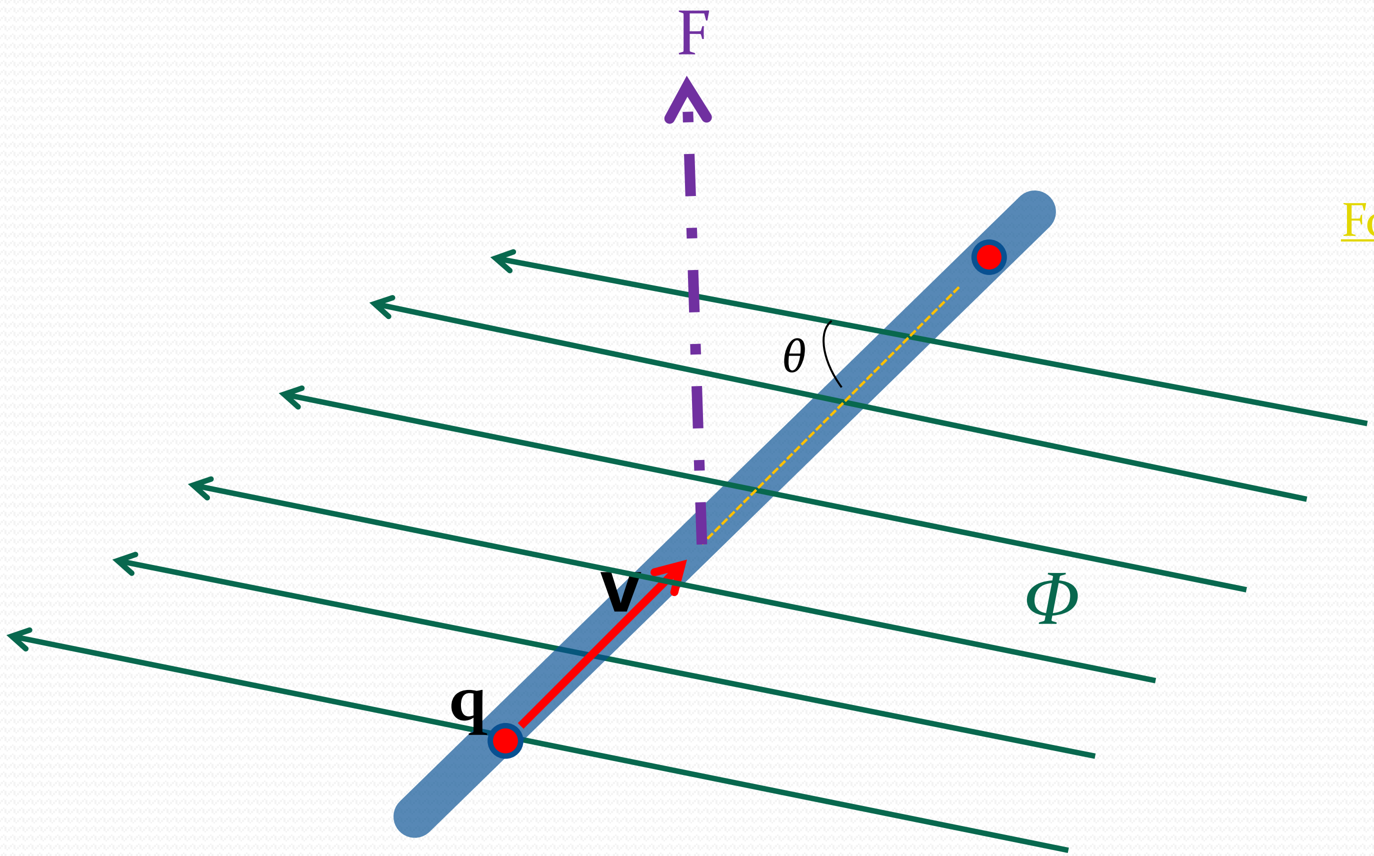


Campo Magnético num Toroide



$$B = \frac{\mu}{2\pi R} Ni$$

Lei dos Motores



Força de Lorenz

B= densidade de fluxo magnético (Tesla)

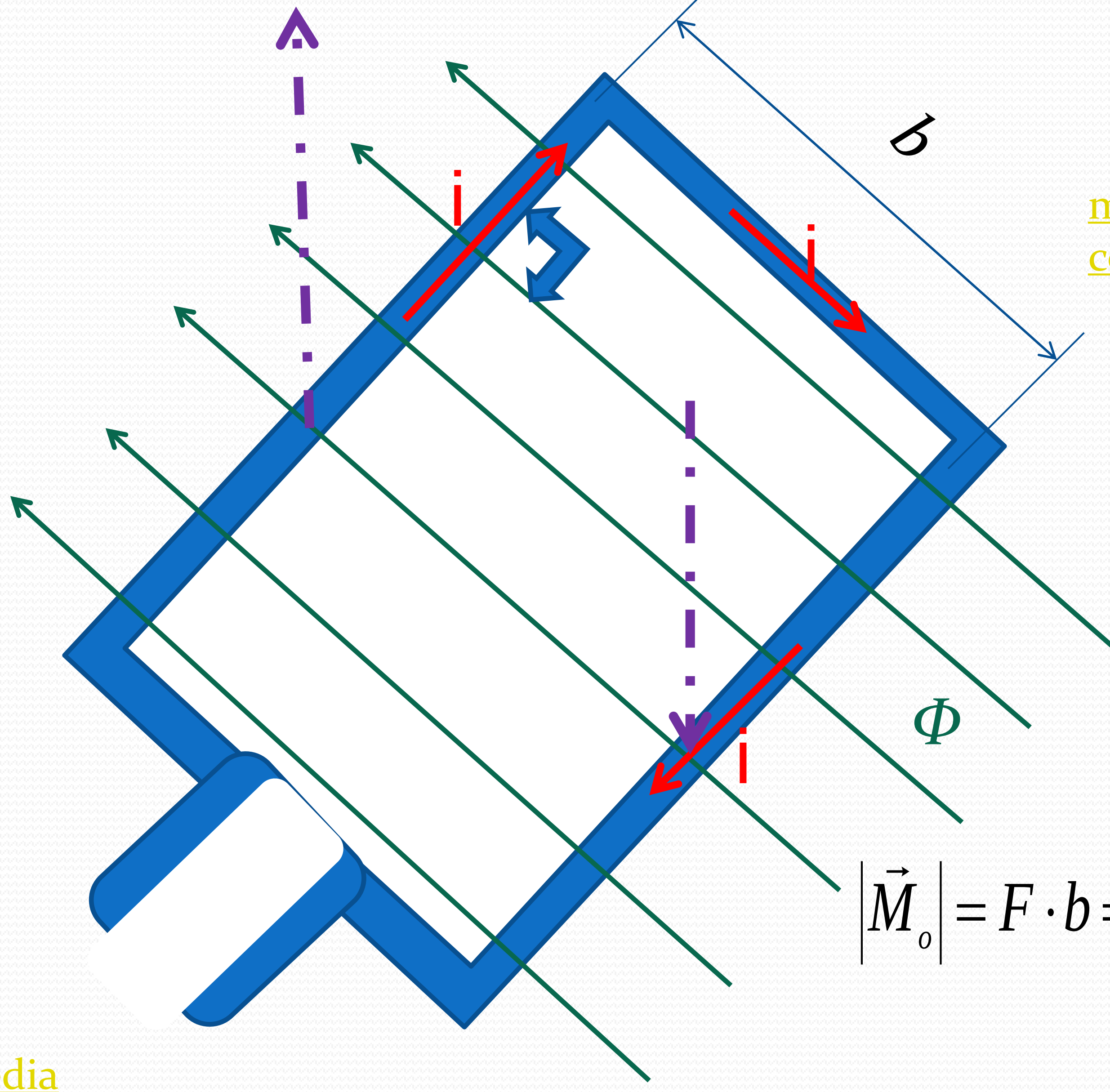
$$\vec{F} = q\vec{\upsilon} \wedge \vec{B}$$

Corrente passando pelo condutor de comprimento l :

$$F = lBi$$

(corrente ortogonal ao campo magnético)

Transformação de energia elétrica em energia mecânica em motores rotativos



motor de corrente contínua

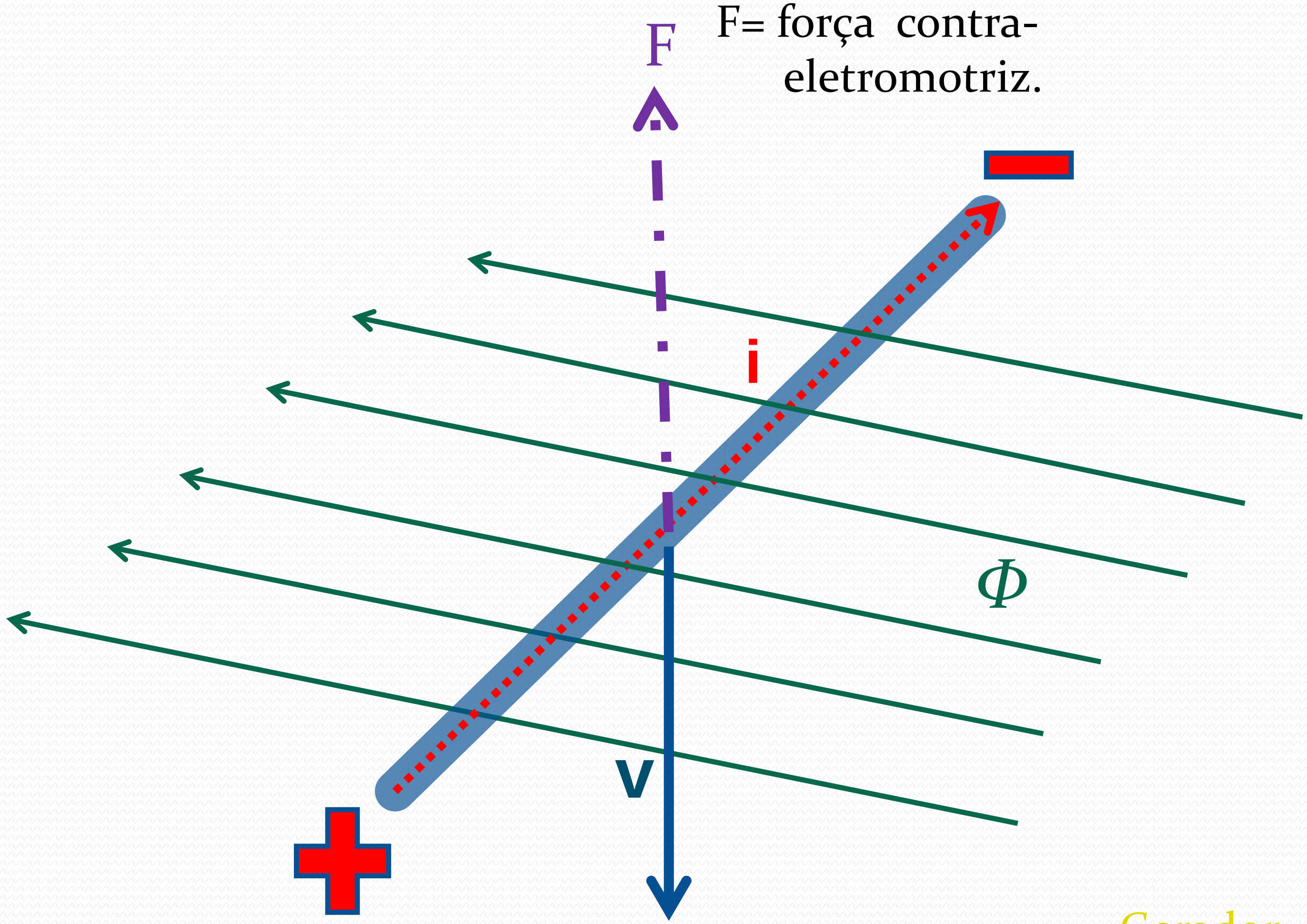
Linhas de fluxo ortogonais à corrente i

$$\left|\vec{M}_0\right| = F \cdot b = l \cdot b \cdot B \cdot i = k \cdot B \cdot i$$

wikipedia

Lei dos Geradores

F= força contra-eletromotriz.

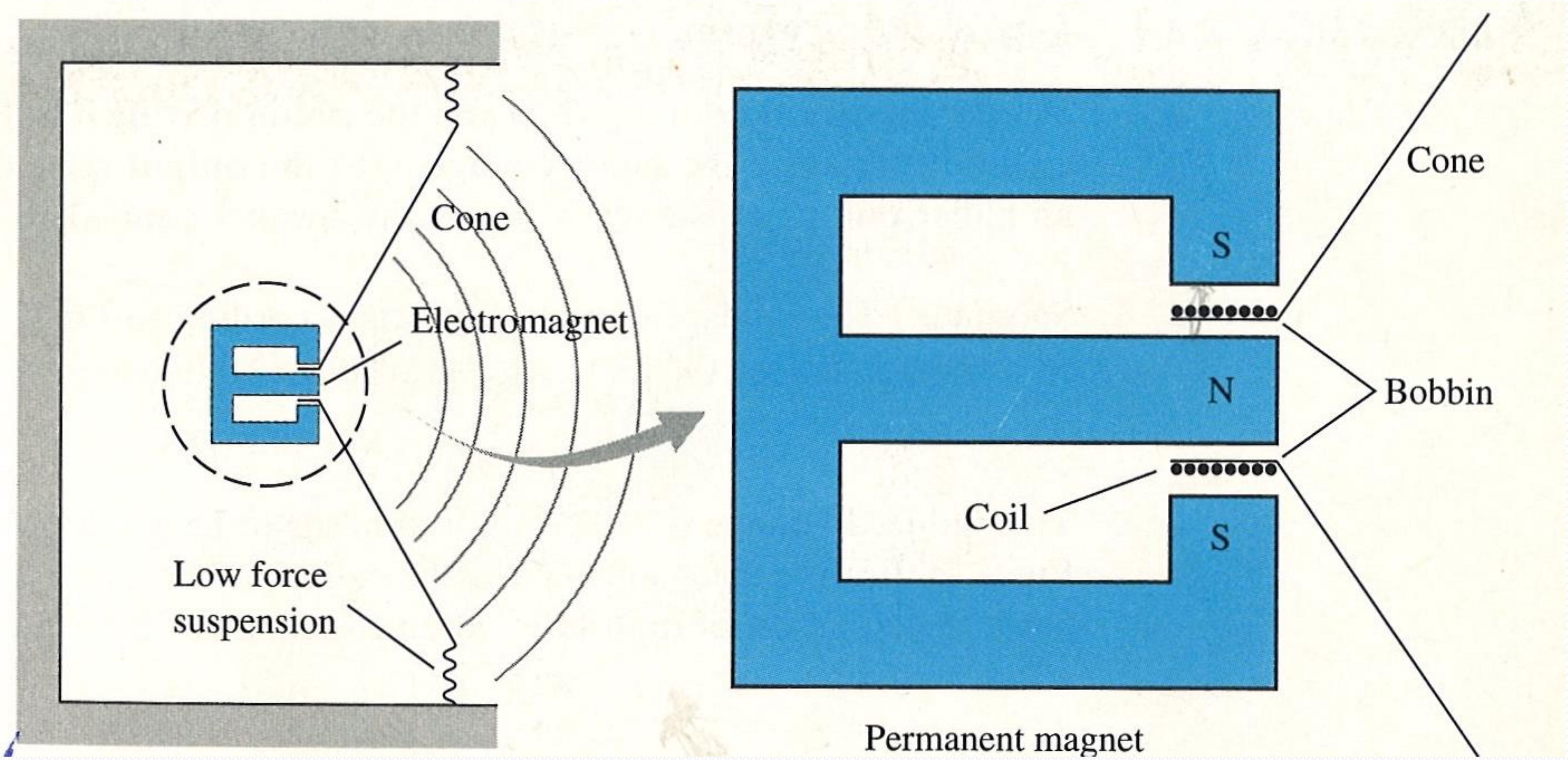


B= densidade de fluxo magnético (Tesla)

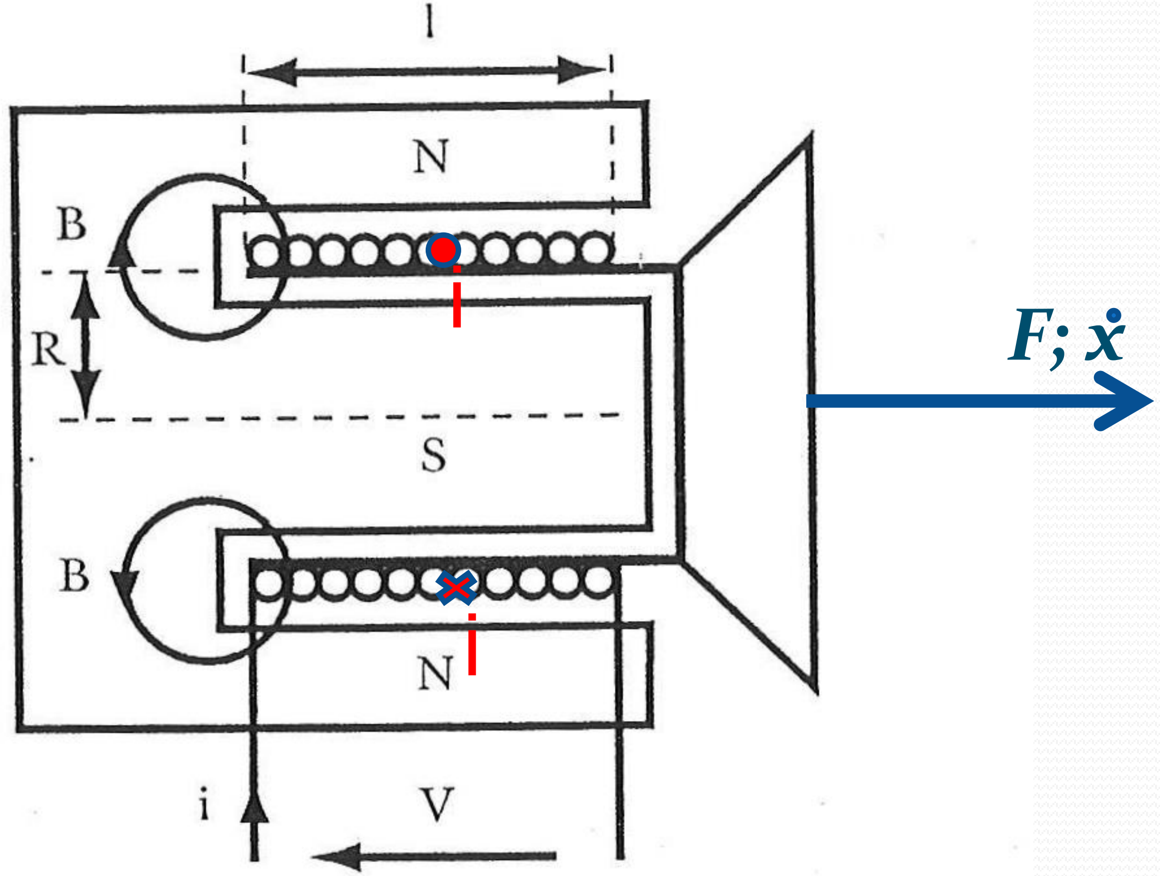
Gerador

$$V_m(t) = lB\upsilon$$

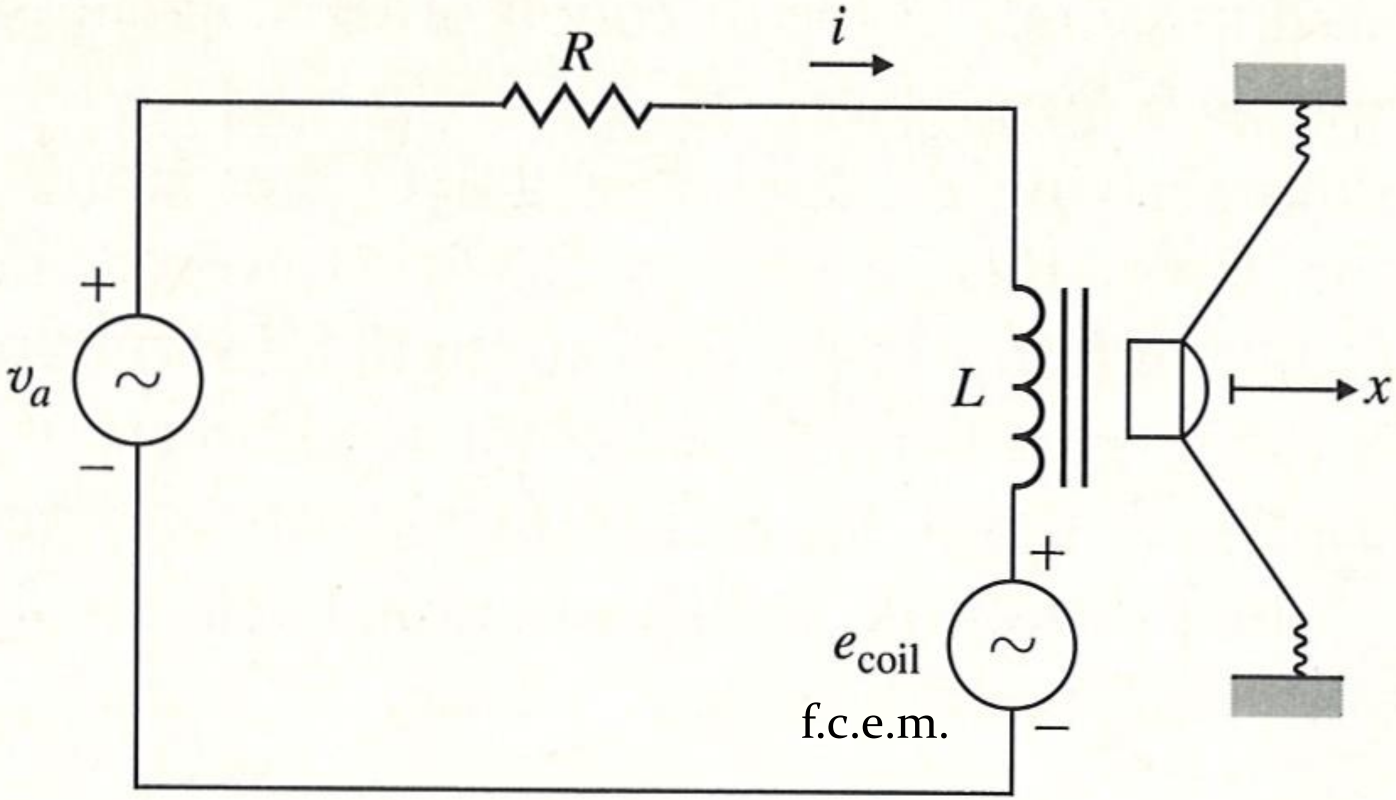
Alto-falante



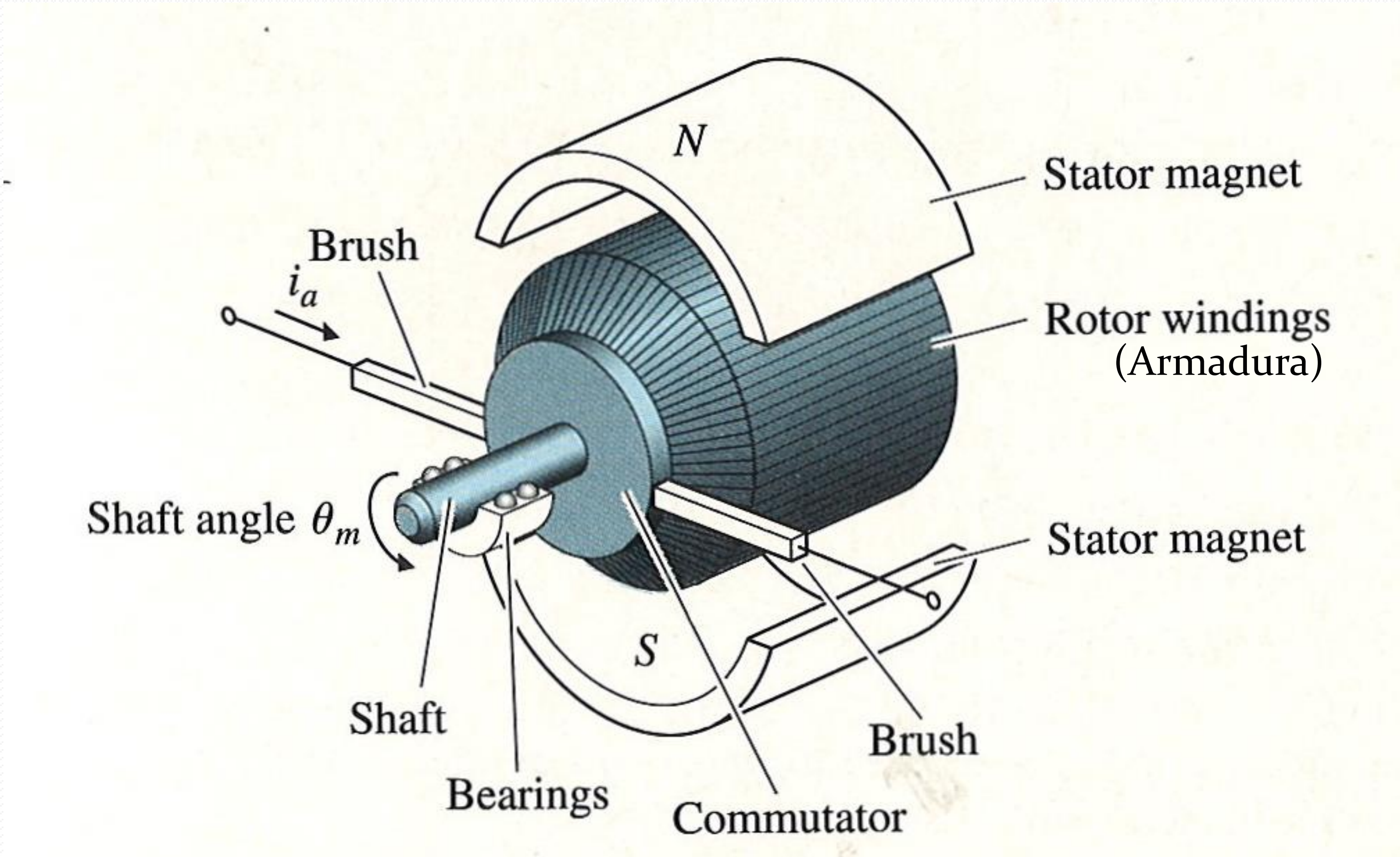
Alto-falante



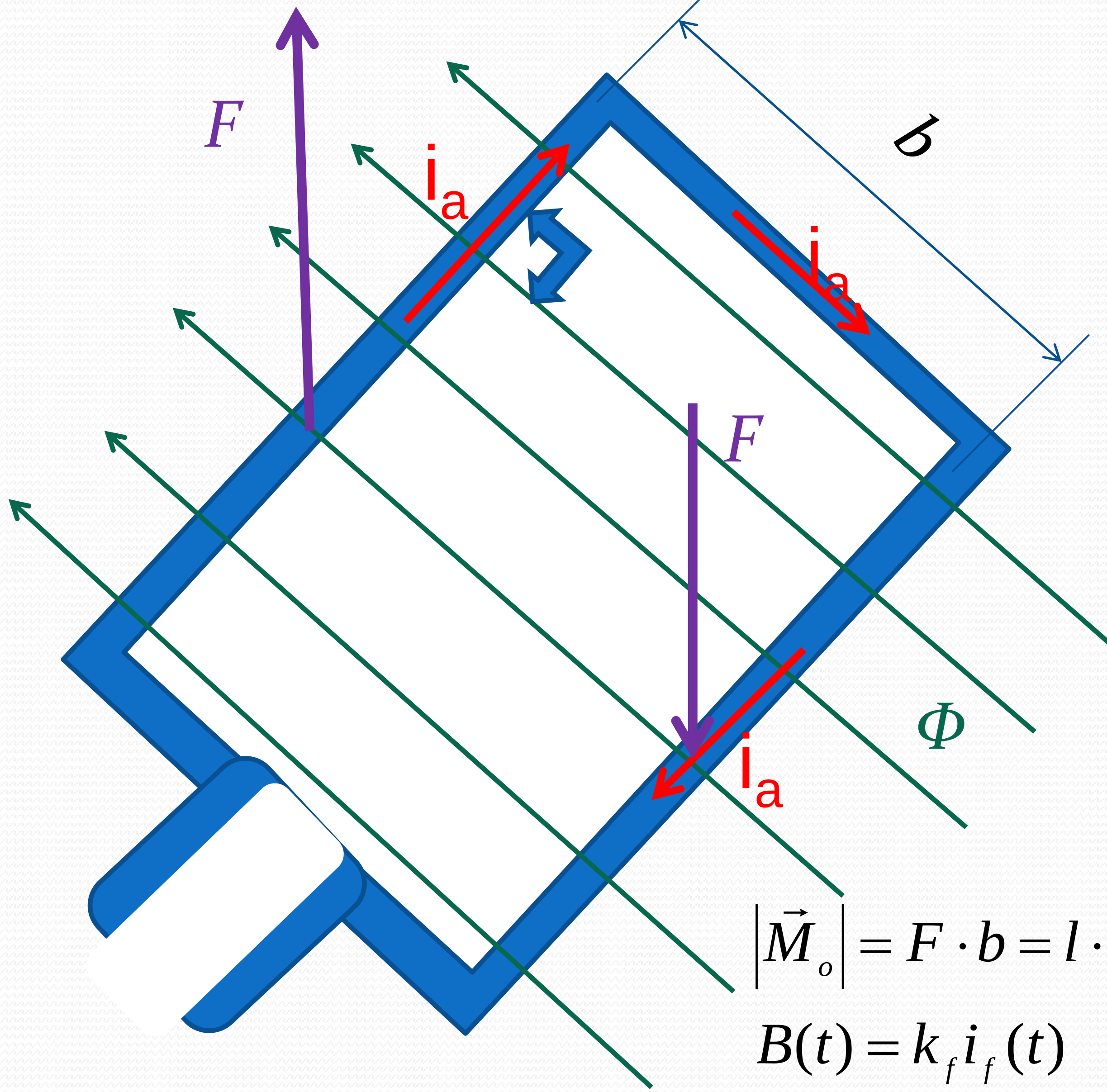
Alto-falante



Motores Elétricos



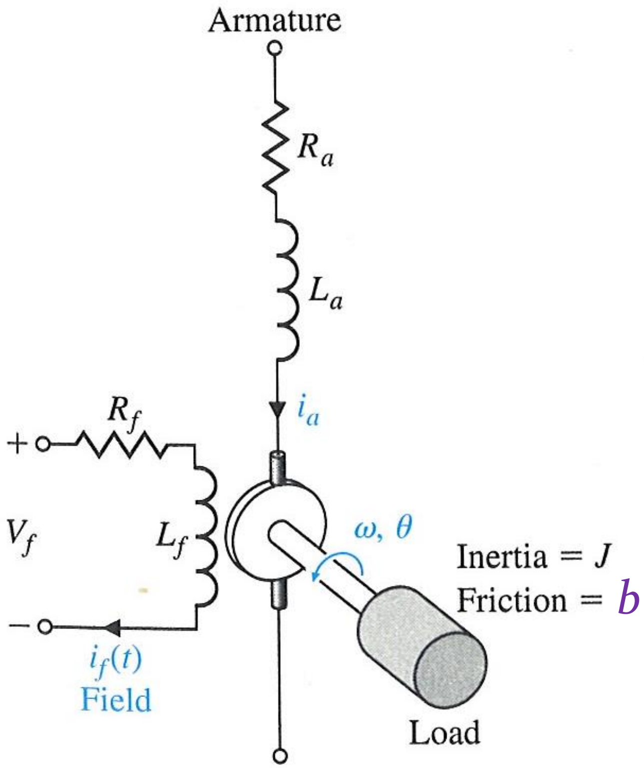
Transformação de energia elétrica em energia mecânica em motores rotativos



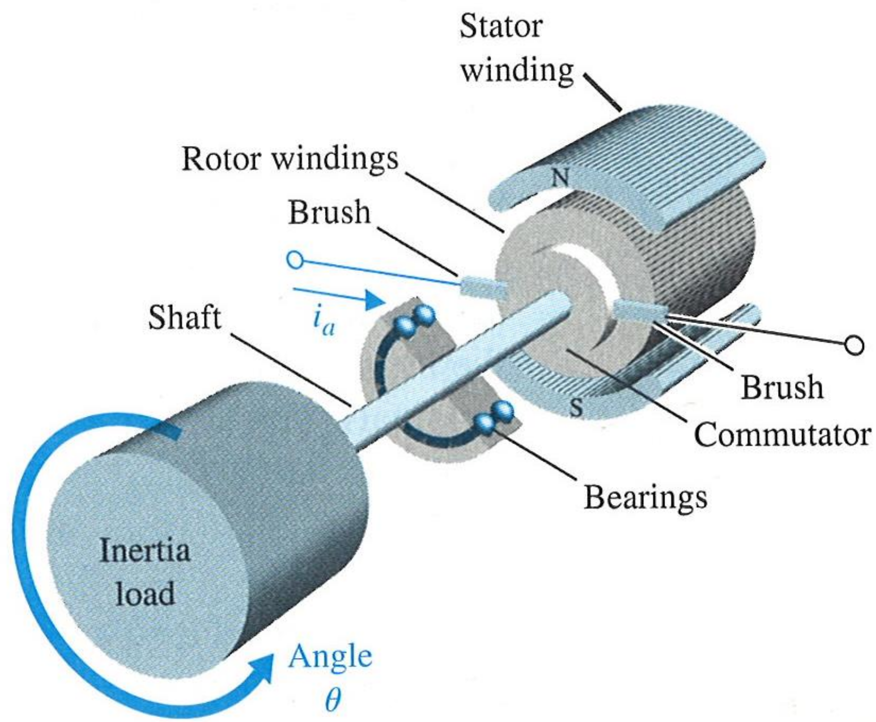
Linhas de fluxo ortogonais à corrente i

$$\left|\vec{M}_o\right| = F \cdot b = l \cdot b \cdot B \cdot i_a = k_a \cdot B \cdot i_a$$

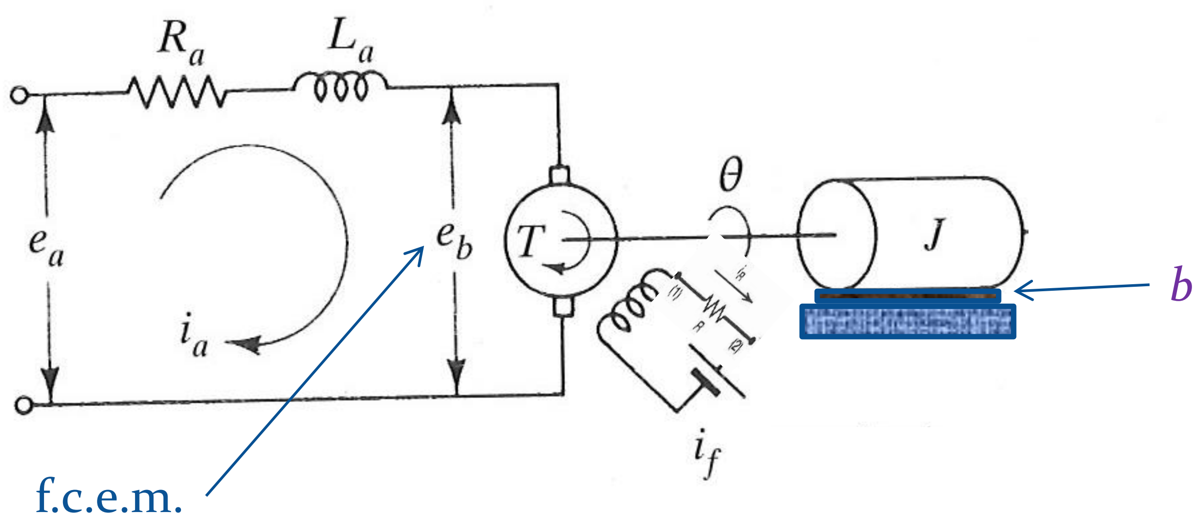
$$B(t) = k_f i_f(t)$$



Armature
R_a
L_a
i_a
R_f
V_f
L_f
ω, θ
Inertia = J
Friction = b
$i_f(t)$
Field
Load



Stator winding
Rotor windings
N
Brush
Shaft
i_a
Brush
S
Commutator
Bearings
Inertia load
Angle θ



R_a
L_a
e_a
i_a
e_b
T
θ
J
b
i_f
f.c.e.m.

O torque do motor é proporcional ao produto da corrente de armadura pela densidade de fluxo:

$$T(t) = k_a i_a(t) B(t)$$

A densidade de fluxo é *proporcional* à corrente de campo:

$$B(t) = k_f i_f(t)$$

$$T(t) = k_a i_a(t) k_f i_f(t) = k_a k_f i_a(t) i_f(t)$$

Caso a) imã permanente.

Motor controlado pela corrente da armadura (corrente de campo constante!)

$$T(t) = k_a k_f i_f i_a(t) = K i_a(t)$$

Torque diretamente proporcional à corrente da armadura.

Se a corrente é invertida ➔ o torque é invertido.

Quando a armadura gira tem-se espiras energizadas se movimentando no campo magnético ➔ Cria-se uma d.d.p. $\boldsymbol{e_b(t)}$ proporcional ao produto da densidade de fluxo (constante, neste caso) pela velocidade angular da bobina (lei dos geradores). Para bobina de largura *b= 2r:*

$$e_b(t) = lBv = lB\omega r = K_b \omega(t)$$

A equação diferencial que modela o circuito da armadura é: (lei das malhas de Kirchhoff):

$$R_a i_a + L_a D i_a + e_b = e_a$$

Sistema eletromecânico de 3ª Ordem

$$\therefore i_a = \frac{e_a - e_b}{R_a + L_a D} = \frac{e_a - K_b \omega(t)}{R_a + L_a D}$$

O modelo da parte mecânica do motor de inércia J e atrito viscoso b, vem do TMA:

$$JD\omega + b\omega = T(t) = Ki_a(t)$$

$$JD^2\theta + bD\theta = K\left(\frac{e_a - K_b \omega(t)}{R_a + L_a D}\right) = K\left(\frac{e_a - K_b D\theta}{R_a + L_a D}\right)$$

$$\frac{\theta}{e_a} = \frac{saída}{entrada} = \frac{K}{D\left[L_a J D^2 + (L_a b + R_a J)D + R_a b + KK_b\right]}$$

Função de transferência do SERVOMOTOR

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

$$e_a(t) \longrightarrow \boxed{\frac{K}{D\left[L_a J D^2 + (L_a b + R_a J)D + R_a b + K K_b\right]}} \longrightarrow \theta(t)$$

Em geral, $L_a \approx 0$ na maioria dos motores CC.

$$\frac{\theta}{e_a} = \frac{K}{D\left[(R_a J)D + (R_a b + K K_b)\right]} \frac{(R_a b + K K_b)}{(R_a b + K K_b)} = \frac{K_m}{D[\tau D + 1]}$$

Seja $\dfrac{K}{(R_a b + K K_b)} \equiv K_m$ => cte de ganho do motor

$\tau = \dfrac{(R_a J)}{(R_a b + K K_b)}$ = cte de tempo do motor

obs: 1) $[\tau] = s$

2) K_m elevada => grande amplificação

3) τ pequena => motor de resposta rápida

4) A F.T. envolve o termo $\dfrac{1}{D} = \int [\bullet] dt$ => o motor CC tem uma propriedade integrativa.

Motor CC

- *Caso b) eletroimã.*

Motor controlado pela corrente de campo (corrente da armadura constante!)

$$i_a = cte$$

$$i_f(t) => B(t) = k_f i_f(t) => eletroimã$$

$$T(t) = k_a k_f i_a i_f(t) = K i_f(t)$$

Torque diretamente proporcional à corrente de campo.

A equação diferencial do circuito de campo é : (lei das malhas)

$$e_f(t) = \left(R_f + L_f D\right) i_f(t) \Rightarrow i_f(t) = \frac{e_f(t)}{\left(R_f + L_f D\right)}$$

Não há f.c.e.m. porque as espiras do circuito de campo estão fora do campo magnético.

T.M.A. no motor:

$$JD\omega + b\omega = T(t) = K i_f(t)$$

$$JD^2\theta + bD\theta = K\left(\frac{e_f}{R_f + L_f D}\right)$$

$$\left(JD^2 + bD\right)\theta = K\left(\frac{1}{\left(R_f + L_f D\right)}\right)e_f$$

$$\frac{\theta}{e_f} = \frac{K}{D\left(JD + b\right)\left(L_f D + R_f\right)} \rightarrow \textit{Função de Transferência}$$

$$\frac{\theta}{e_f} = \frac{K}{bD\left(\frac{J}{b}D + 1\right)R_f\left(\frac{L_f}{R_f}D + 1\right)} = \frac{K/bR_f}{D\left(\tau_J D + 1\right)\left(\tau_f D + 1\right)}$$

$$onde \quad \tau_J \equiv \frac{J}{b} \gg \tau_f \equiv \frac{L_f}{R_f}$$

$$K_m \equiv K/bR_f$$

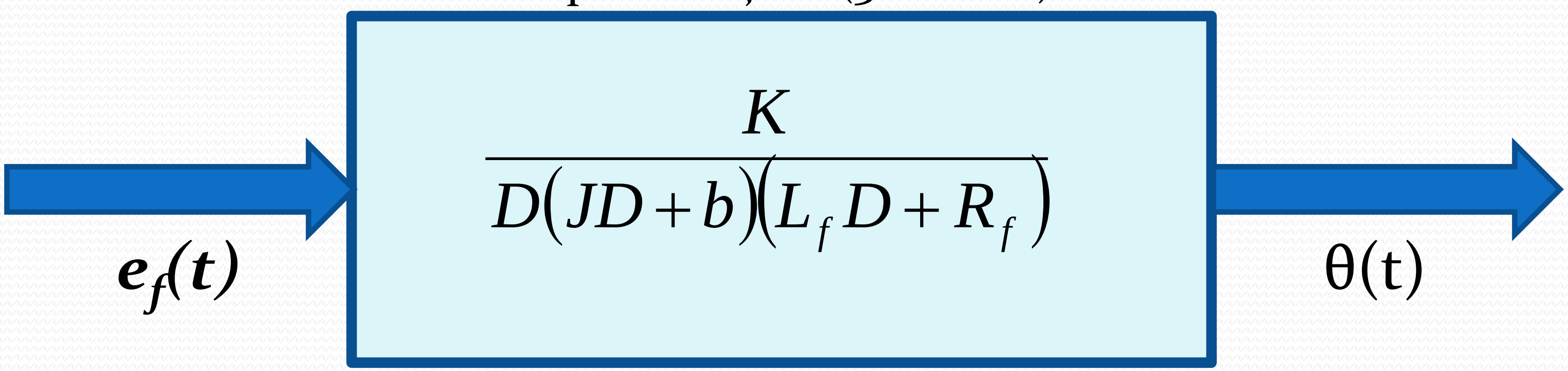
$$\frac{\theta}{e_f} = \frac{K_m}{D(\tau_J D + 1)}$$ e valem as observações anteriores para K_m e τ_J

$K_m ->$ cte de ganho do motor

$\tau_J ->$ cte de de tempo do motor.

Motor de CC controlado pela corrente de campo também tem características integrativas

FT sem aproximações (3ª ordem):



FT aproximada (2ª ordem):